UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

Variáveis Complexas – Lista Complementar

PROF.NELSON BARBOSA
barbosa@uenf.br

1) Dados os números complexos w e z, prove que: $\left||w|-|z|\right| \le |w-z|$

2) Represente, no plano complexo, os seguintes conjuntos:

a) $A=\{z\in C \mid |z-(1+i)|=1\}$

b) $B=\{z\in C \mid |z-(2+i)|=|z+i|\}$

c) $C=\{z\in C \mid |z-(3+3i)|<2\}$

d) $D=\{z\in C \mid |z-(3+3i)|\ge 2\}$

e) $E=\{z\in C \mid |z+1-i|+|z-3-i|=8\}$

f) $F=\left\{z\in C \mid \left||z+\sqrt{2}|-|z-\sqrt{2}|\right|=2\right\}$

3) Se z=1+i e w=-1+2i, encontre os seguintes valores:

a) $|w-3z|^2$ b) $|z.\overline{w}+w.\overline{z}|$

4) Os vértices A, B e C do triângulo ABC são dados por z_1=1+2i, z_2=4-2i e z_3=1-6i, respectivamente. Prove que o triângulo é isósceles.

5) Se $z\neq 0$, determine o valor máximo de $w=\left|\dfrac{z}{\overline{z}}-\dfrac{\overline{z}}{z}\right|$

6) Determine todos os complexos z tais que $|z|+iz=0$.

7) Se z não é imaginário puro, prove que $w=\dfrac{|z|-iz}{|z|+iz}$ é imaginário puro.

8) Determine, no plano complexo, os seguintes conjuntos:

a) $A=\{z\in C \mid \arg(z)=\pi/3\}$

b) $B=\{z\in C \mid 5\pi/12\le \arg(z)\le 5\pi/6\}$

c) $C=\{z\in C \mid 3\le |z|\le 5\}$

d) $D=B\cap C$

9) Se θ é um ângulo do 3ª quadrante e $\sin\theta=(-4/5)$, calcule $\cos 5\theta$ e $\sin 5\theta$.

10) Prove que os n pontos de $\Re^2$ correspondentes às raízes n-ésimas da unidade $z_k=\cos\left(\dfrac{2k\pi}{n}\right)+i\sin\left(\dfrac{2k\pi}{n}\right),\quad k=0,1,\ldots,n-1,\ n\ge 3,$ são vértices de um polígono regular de n lados, inscritos na circunferência de centro na origem e raio igual a uma unidade.

11) Determine o menor inteiro positivo n de forma que $z^n=\left(10\sqrt{3}-10i\right)^n$ seja: (i) real positivo. (ii) imaginário puro.

12) Determine todas as soluções complexas da equação $x^3+1=0$ e as represente no plano complexo.