Derivadas Complexas – Considerações

- $f(z) = u(x,y) + iv(x,y) \rightarrow$ É derivável, em z, se existe:

  $f'(z) = \lim_{\Delta z \to 0} \dfrac{f(z+\Delta z) - f(z)}{\Delta z}$ (1)

- Se f(z) é derivável em z, então f(z) é uma função contínua em z.

- A existência do limite na expressão (1) implica na existência dos limites da parte real $u(x,y)$ e da parte imaginária $v(x,y)$. Então a função $f(z)$ possui derivadas parciais:

- $f'(z) = \dfrac{\partial u(x,y)}{\partial x} + i\dfrac{\partial v(x,y)}{\partial x}$

$\rightarrow \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial v}{\partial y}$ e $\dfrac{\partial v}{\partial x} = -\dfrac{\partial u}{\partial y} \rightarrow$

Equações de Cauchy-Riemann (CR)

- $f'(z) = -i\dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y} + \dfrac{\partial v(x,y)}{\partial y}$

1) **Condição necessária** para existir a derivada de f(z) → $f(z) = u + iv$ deve verificar as Eqs. De CR.

2) **Condição suficiente** para existir a derivada de f(z) → $f(z) = u + iv$ deve verificar as Eqs. De CR. ***e*** TAMBÉM QUE as derivadas parciais $\dfrac{\partial u}{\partial x}, \dfrac{\partial u}{\partial y}, \dfrac{\partial v}{\partial x} \dfrac{\partial v}{\partial y}$ sejam funções contínuas.

OBS: Se a derivada f'(z) existe em todos os pontos de z de uma região R, então f(z) é uma função ANALÍTICA em R.